Série N : 1 Dipôle RC

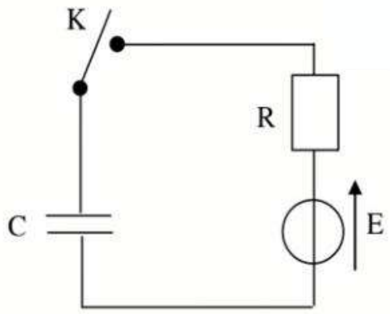
EXERCICE 1

Un générateur idéal de tension de f.e.m **E =10V**

Un résistor de résistance R

A **t=0s**, on ferme l'interrupteur **K**.

Un dispositif d'acquisition de données relié à un ordinateur nous a permis de tracer la courbe d'évolution au cours du temps du quotient de la tension u_C aux bornes du condensateur par la résistance R du résistor (figure - 1 -)



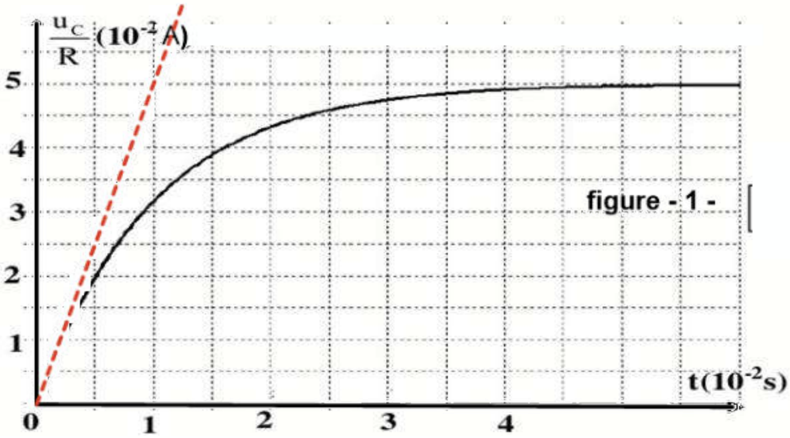


figure - 1 -

1- a-Montrer que l'équation différentielle vérifiée par la charge q du condensateur pendant la phase de sa charge est

$$\frac{dq(t)}{dt} + \frac{q(t)}{R.C} = \frac{E}{R} \qquad (1)$$

b- Déduire que $C.\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{u_C(t)}{R} = \frac{E}{R} \qquad (2)$

2-a-Vérifier que $q(t) = A(1- e^{\frac{-t}{\tau}})$ est une solution de cette équation (1), pour une valeur de A qu'on exprimera en fonction de C et E et une valeur de τ exprimée en fonction de R et C.

b- En déduire les expressions en fonction du temps de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur **et** de l'intensité du courant i(t) qui circule dans le circuit en précisant celle de i(0)

3- En exploitant le chronogramme de (figure - 1 -) déduire :

a- La valeur de τ. (Expliciter la méthode préconisée).

b- Monter que l'intensité du courant initiale qui circule dans le circuit est **i(0)=0,05A** et que la charge du condensateur en régime permanent est $Q_p= 5.10^{-4}C$

4- a- Déterminer capacité C du condensateur, sachant E=10V.

b- Déterminer par deux méthodes, la résistance R du résistor

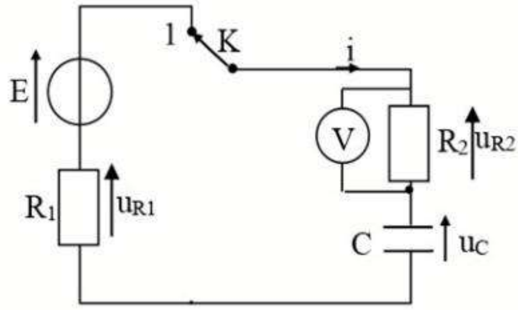
c- Tracer l'allure de la courbe de $\frac{u_C}{R} = f(t)$ si on augmente la valeur de R.

5- Déterminer l'énergie E_C emmagasinée par le condensateur lorsque le quotient $\frac{u_C}{R} = 2.10^{-2}$ A

EXERCICE 2

On considère le circuit représenté sur la figure ci-contre comportant en série

* Un générateur de tension constante de fém E
* Un condensateur de capacité C initialement déchargé
* Deux conducteurs ohmiques l'un de résistance R_1 et l'autre de résistance $\mathbf{R_2 = 3R_1}$
* Un voltmètre branché aux bornes de R_2
* Un interrupteur K à deux positions



I) On place l'interrupteur en position 1 à l'instant choisi comme origine de temps .**La première valeur indiquée par le voltmètre est $u_{R2}(0) = 6V$**

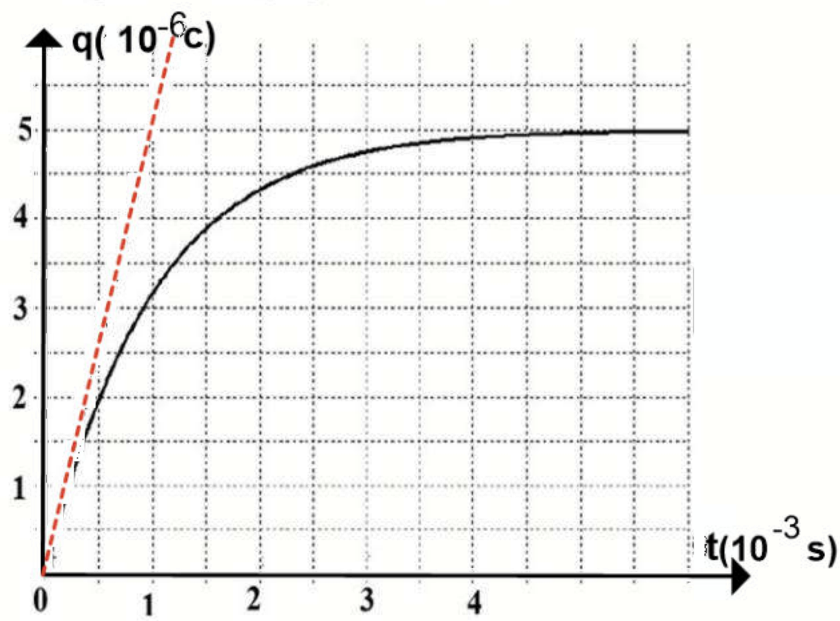
1- Montrer que l'équation différentielle qui relie la charge q(t) et sa dérivée est :

$$\frac{dq(t)}{dt} + \frac{q(t)}{\tau_1} = \frac{E}{R_1+R_2} \quad \text{avec } \tau_1 = (R_1+R_2).C$$

2- **a**- Montrer que $q(t) = A\left(1 - e^{\frac{-t}{\tau_1}}\right)$ est solution de l'équation lorsque A = C.E

b-Déduire les expressions en fonction du temps de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur et de l'intensité du courant i(t) qui circule dans le circuit.

3- Un dispositif approprié a permis de tracer la courbe de la figure-1-suivante qui représente l'évolution au cours du temps de la charge q du condensateur.



En exploitant la figure-1-

a- Montrer que l'intensité du courant initiale est $i(0) = 5$ mA.

b- Déterminer la constante de temps τ_1 du circuit de charge du condensateur.

c- Déterminer la charge maximale Q_{max} stockée sur l'armature positive du condensateur

4-a- En déduire de ce qui précède que $R_2 = 1,2$ kΩ

b- Déterminer la résistance R_1 et déduire la capacité C du condensateur et la fem E du générateur.

5- Déterminer l'énergie électrique emmagasinée par le condensateur lorsqu'il est totalement Chargé.

EXERCICE 3

- Un commutateur K à deux positions (1 et 2).

On réalise le circuit ci-contre **(figure -1-)**

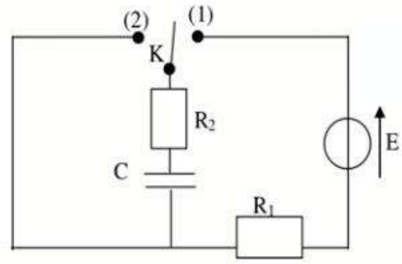


figure -1-

La charge du condensateur

Le condensateur étant initialement déchargé.

A **t=0s**, on bascule le commutateur **K** en position (1).

Un dispositif d'acquisition de données relié à un ordinateur nous a permis de tracer les courbes d'évolution au cours du temps de la tension u_C aux bornes du condensateur et de la tension u_2 aux bornes de conducteur ohmique R_2. **(Figures 1 et 2)**

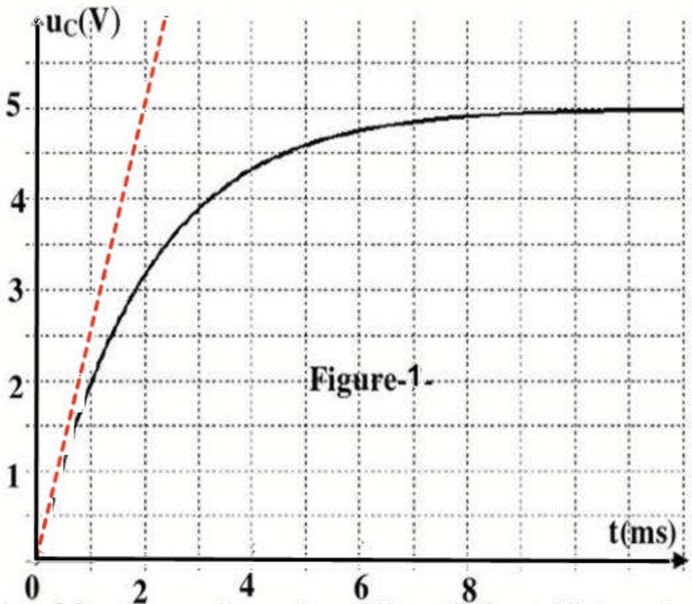
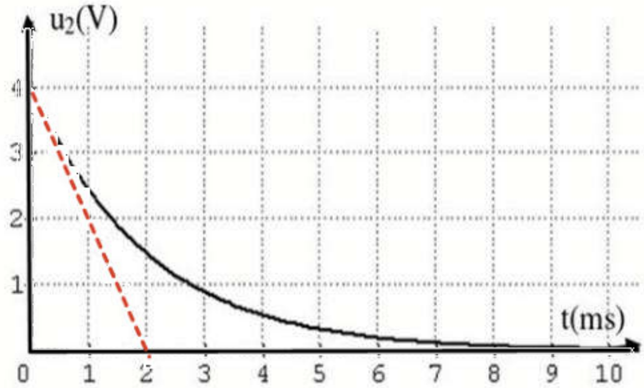


Figure-1-

Figure -2-



1-a- Montrer que l'équation différentielle vérifiée par la charge q du condensateur pendant la phase de sa charge est

$$\frac{dq}{dt} + \frac{q}{\tau} = \frac{C.E}{\tau} \quad \text{avec } \tau = (R_1+R_2).C$$

b- Déduire que $i(t) = -\dfrac{\tau}{R_2}\dfrac{du_2(t)}{dt}$

2-a-vérifier que $q(t) = A(1- e^{\frac{-t}{\tau}})$ est une solution de cette équation, lorsque **A= C.E**

b- En déduire les expressions en fonction du temps de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur **et** de la tension u_2 aux bornes du résistor R_2

3- a- La valeur de la f.e.m E du générateur

b- La valeur de **τ**. (Expliciter la méthode préconisée).

4-Sachant qu'à t= 0, l'intensité du courant qui circule dans le circuit est i(0) = 5 mA .

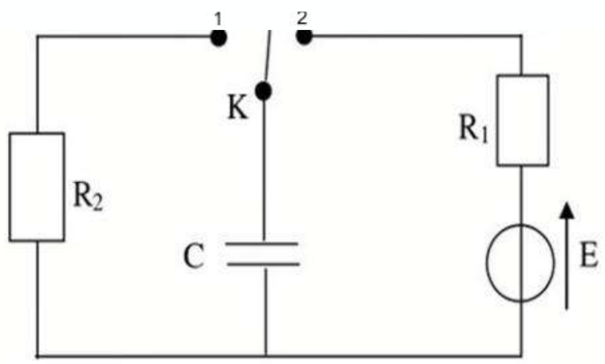
a- Montrer que la capacité du condensateur est C=2 µF

b- Déterminer par deux méthodes, la résistance du conducteur ohmique $\mathbf{R_2}$

c- En déduire la résistance du conducteur ohmique $\mathbf{R_1}$

5- Déterminer l'énergie E_{C0} emmagasinée par le condensateur lorsqu'il est totalement chargé

EXERCICE 4



- Un commutateur K à deux positions (1 et 2).

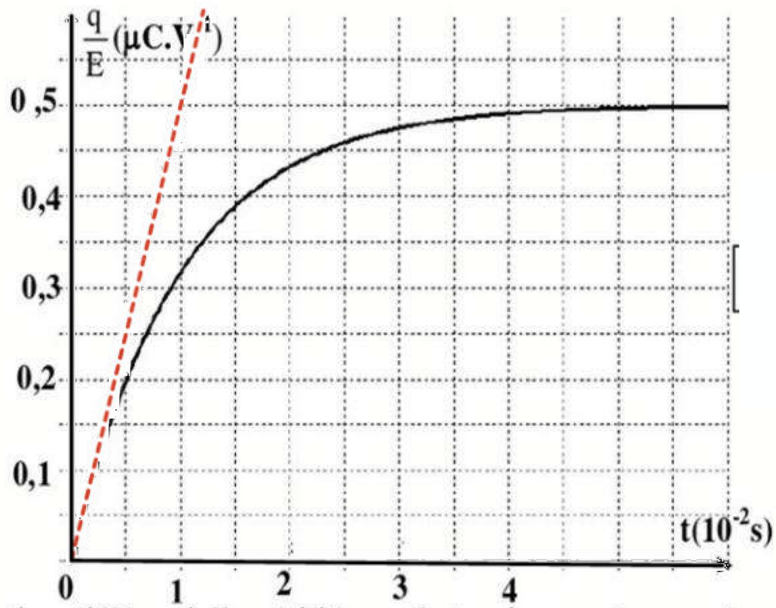
On réalise le circuit ci-contre

La charge du condensateur

Le condensateur étant initialement déchargé.

A **t=0s**, on bascule le commutateur **K** en position (1).

Un dispositif d'acquisition de données relié à un ordinateur nous a permis de tracer la courbe d'évolution au cours du temps du quotient de la charge q du condensateur par la f.é.m E



1- Montrer que l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur pendant la phase de sa charge est

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{R_1.C} = \frac{E}{C.R_1} \qquad (1)$$

déduire que $\frac{R_1.C}{E}\frac{dq}{dt} + \frac{q}{E} = C$ (2)

2-a-vérifier que $u_C(t) = A(1- e^{\frac{-t}{\tau_1}})$ est une solution de cette équation (1), lorsque **A= E et** $\boldsymbol{\tau_1 = R_1.C}$.

b- En déduire les expressions en fonction du temps de la charge q(t) du condensateur **et** de l'intensité du courant i(t) qui circule dans le circuit

3- En exploitant le chronogramme déduire

a- La capacité C du condensateur.

b- La valeur de $\boldsymbol{\tau_1}$. (Expliciter la méthode préconisée).

c- Déterminer par deux méthodes, la valeur de la résistance R_1.

4- Sachant qu'à l'instant t=0, l'intensité du courant qui circule dans le circuit est i(0) = 0,5 mA.

a- Montrer que la f.é.m. du générateur est E= 10V

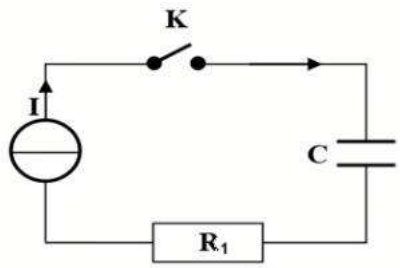
b- Déterminer la charge du condensateur en régime permanent.

5- Déterminer l'énergie E_C emmagasinée par le condensateur lorsque le quotient $\frac{q}{E}$ = **0,2µF**

EXERCICE 5

N.B: Les deux parties A et B sont indépendantes.

PARTIE A :

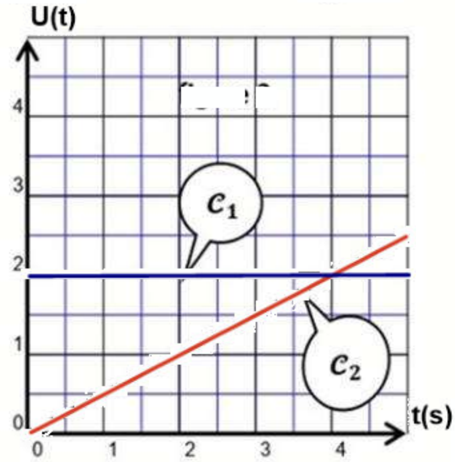


figure(1)

Le circuit électrique de la **figure 1** comporte :

- Un générateur de courant idéal (G) débitant un courant d'intensité I_1 constante
- Un résistor de résistance R_1=10kΩ .
- Un condensateur de capacité **C** , initialement déchargé.
- Un interrupteur K.

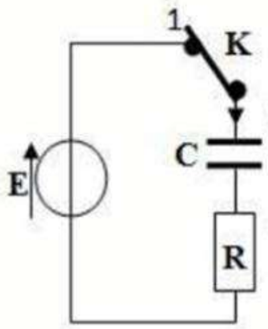
On ferme l'interrupteur K à un instant pris comme origine des temps. Un système d acquisition permet de tracer les tension $u_C(t)$ et u_R (t) respectivement aux bornes du condensateur et aux bornes du résistor, on obtient les courbes.



1- Identifier les deux courbes $\mathcal{C}_1$ *et* $\mathcal{C}_2$.
2- Trouver l'intensité du courant I_1 débitée par le générateur.
3- Déterminer la capacité **C** du condensateur.
4- On désire charger le condensateur à une tension de **10V**.
a- Calculer le temps de charge noté t_C.
b- Pour charger le condensateur **2 fois** plus lentement, on se propose de modifier la résistance du résistor à une valeur $R_2 = 2.R_1$ ou de modifier l'intensité du courant débitée à une valeur $I_2 = \frac{I_1}{2}$
Préciser laquelle des deux propositions est juste ? Justifier

PARTIE B :

Pour étudier la réponse d'un dipôle RC à un échelon de tension, on réalise un circuit série comportant un générateur de tension de f.é.m **E**, d'un conducteur ohmique de résistance R et un condensateur, initialement déchargé et de capacité C inconnue, **figure 2**. A la date t = 0, on ferme l'interrupteur K sur la position1. Un dispositif d'acquisition relié à un ordinateur permet de suivre l'évolution au cours du temps de la charge **q** du condensateur (voir **figure 3**) et de tracer la courbe $\frac{du_c}{dt}$ = **f(uc)** (voir **figure 4**)



figure(2)

1- Etablir l'équation différentielle relative à uc.
2- Vérifier que $u_c = E.(1- e^{-t/RC})$ est solution de cette équation différentielle.
3- donner les expressions de q(t) et i(t)

4- Etude de la courbe de la figure 4

a. Justifier théoriquement l'allure de la courbe de la **figure 4**.

b. Déterminer les expressions de **A** et **B** en fonction de **E**, **R** et **C**

c. Exprimer τ en fonction de **A** et **B**

d. Déduire la valeur de τ et de **E** sachant que $B = 8V$ et $A = 8.10^3 Vs^{-1}$

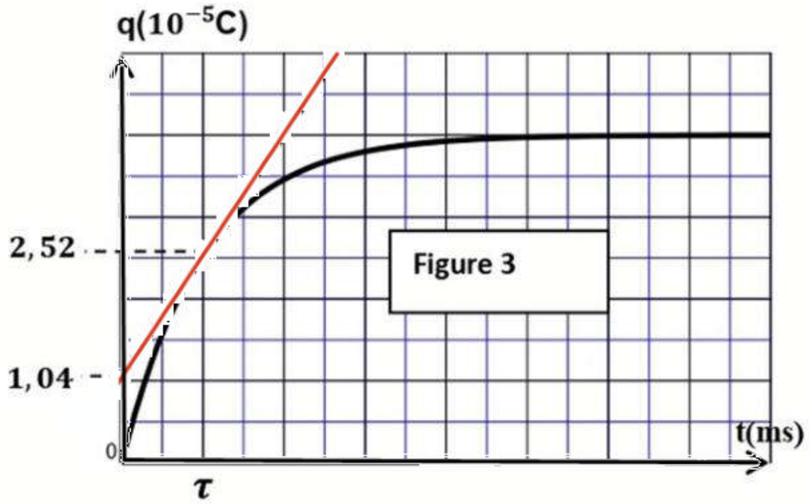
5- Etude de la courbe de la figure 3

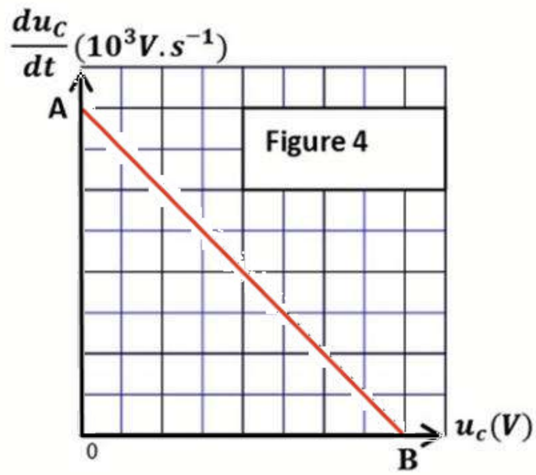
a. Justifier théoriquement l'allure de la courbe de la **figure 3**

b. Déterminer l'intensité du courant à t = τ

c. Déterminer les valeurs de **R** et de **C.**

d. Montrer que l'allure de **q(t)** permet de déduire celle de **i(t).** Représenter alors **i(t)** en précisant sa valeur initiale





EXERCICE 6

I. A fin de déterminer la capacité C d'un condensateur, on réalise sa charge à l'aide d'un générateur de courant. L'intensité du courant électrique est maintenue constante $I = 20\mu A$, et on mesure la tension aux bornes du condensateur à différents instants de dates t.

1-

a- Faire le schéma du montage.

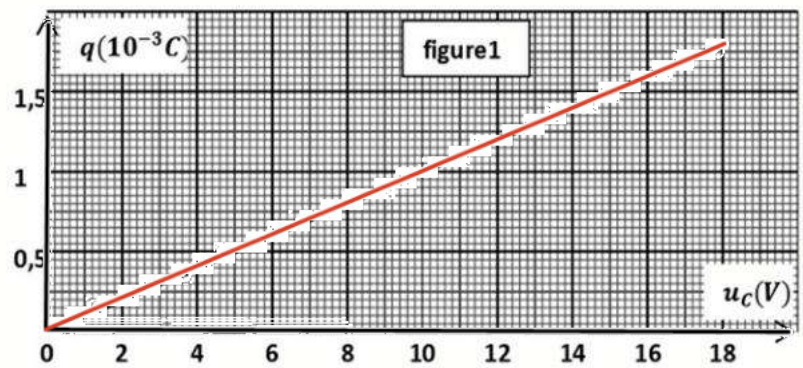
b- Donner la relation qui lie l'intensité I du courant qui traverse le condensateur à sa charge q à un instant t donné.

c- Calculer cette charge q à l'instant de date t = 10s.

2- On trace la courbe, $q = f(u_C)$, représentée sur la figure1 ci-contre:

a. Déterminer l'équation numérique de cette courbe.

b. En déduire la valeur de la capacité C du condensateur.



II. Pour étudier la réponse d'un dipôle RC à un échelon de tension, on réalise un circuit série comportant un générateur de tension de f.é.m $E = 10V$, d'un conducteur ohmique de résistance $R = 1k\Omega$ et un condensateur, initialement déchargé et de capacité C inconnue, figure2. A la date t = 0, on ferme l'interrupteur K sur la position1. Un oscilloscope à mémoire suit l'évolution temporelle de deux tensions, on obtient les deux oscillogrammes (I) et (II) de la figure3.

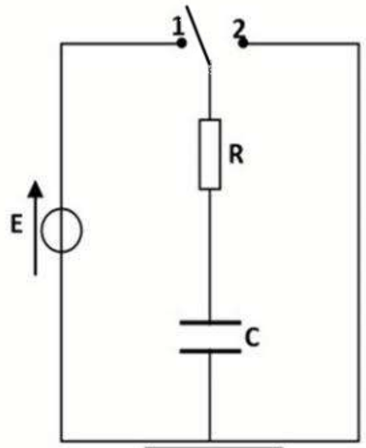


figure2

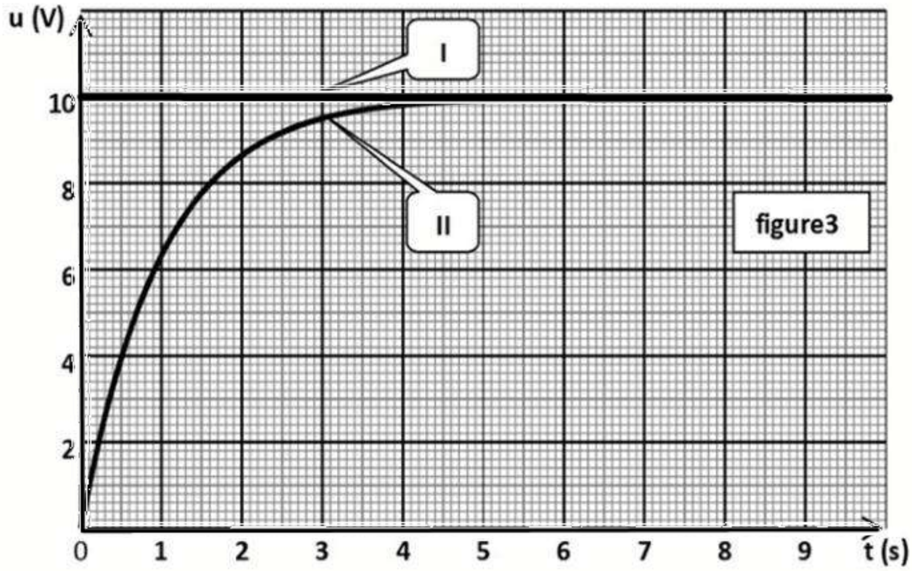


figure3

1- Reproduire le circuit et représenter les connexions à faire avec l'oscilloscope à mémoire pour visualiser la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur sur la voie Y_1 et la tension $u_G(t)$ aux bornes du générateur sur la voie Y_2.

2- Attribuer chacune des courbes (I) et (II) à la tension correspondante. Justifier la réponse.

3-

a- Montrer que l'équation différentielle relative à la tension u_c aux bornes du condensateur s'écrit sous la forme : $\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{\alpha} = \frac{E}{\alpha}$ avec $\boldsymbol{\alpha}$ est une constante qu'on la précisera.

b- Sachant que l'équation différentielle admet comme solution $\boldsymbol{u_C(t) = A(1 - e^{-t/\beta})}$. Déterminer les constantes A et β.

4-

a- En exploitant la courbe $uc = f(t)$, déterminer la valeur de la constante de temps τ.

b- En déduire la valeur de la capacité C du condensateur.

5- Déterminer l'énergie emmagasinée par le condensateur :

a- En régime permanent.

b- Lorsque l'intensité est maximale.

6- On bascule maintenant l'interrupteur K sur la position (2).

a- Etablir l'équation différentielle relative à la tension u_c aux bornes du condensateur.

b- Vérifier que $\boldsymbol{u_C = E.e^{-t/\tau}}$ est solution de l'équation différentielle.

c- En déduire l'expression de l'intensité courant électrique $i(t)$ et représenter son allure en précisant les valeurs des points particuliers.

EXERCICE 7

On se propose d'étudier la charge et la décharge d'un condensateur à travers un résistor, pour cela on réalise le circuit de la **figure 2** formé d'un générateur de tension de fem **E=10 V**, d'un condensateur de capacité **C= 5µF** d'un commutateur K et de trois résistors de résistances R_1, R_2 et R_3.

I- Etude de la charge du condensateur :

Le condensateur étant initialement déchargé, on place le commutateur sur la position **(1)** et à l'aide d'un oscilloscope à mémoire on visualise la tension $u_{BN}(t)$ aux bornes du résistor de résistance R_1, on obtient la courbe de la **figure 3**.

1-

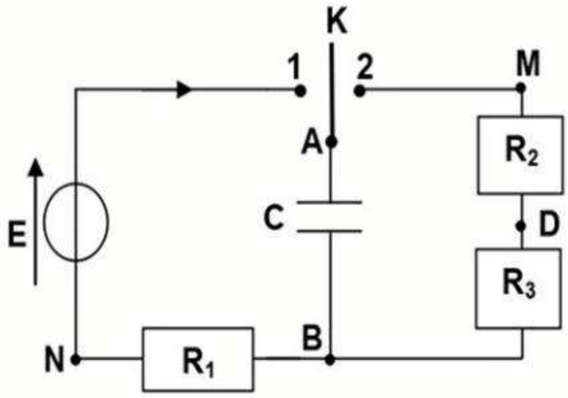


Figure 2

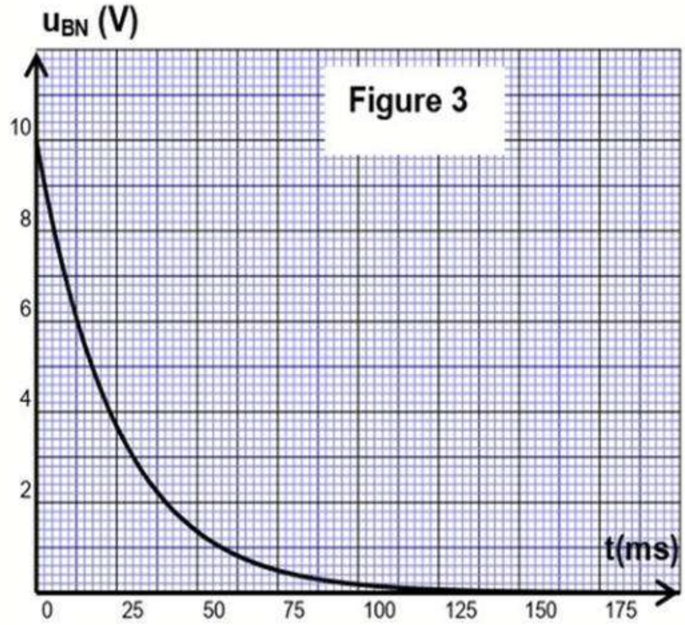


Figure 3

a- Etablir l'équation différentielle relative à u_{AB}.

b- En déduire celle relative à u_{BN}.

c- Vérifier que $u_{BN}(t) = E.e^{-t/\tau 1}$ est une solution de l'équation différentielle précédente si τ_1 correspond à une expression que l'on déterminera.

2- En déduire $u_{AB}(t)$ et **i(t).**

3-

a- Qu'appelle-t-on τ_1 ?

b- Déterminer graphiquement τ_1 puis en déduire la valeur de R_1.

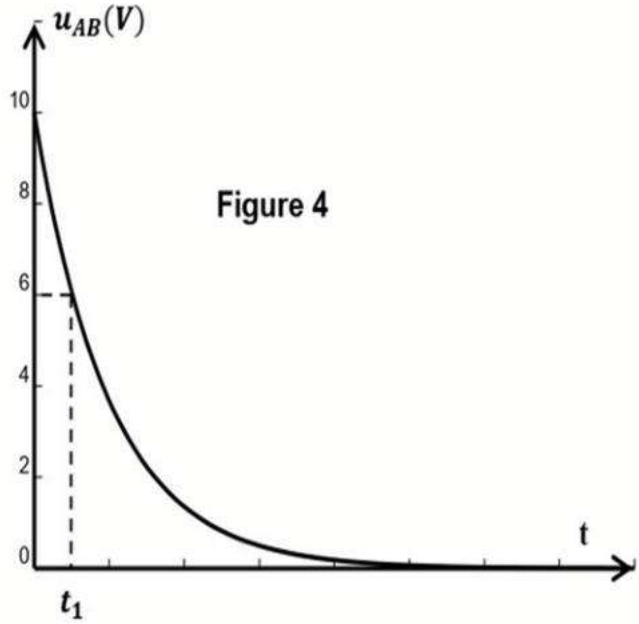
4- Exprimer l'énergie électrostatique E_e emmagasinée dans le condensateur en fonction du temps puis calculer sa valeur à l'instant **t = 200 ms**.

5- En supposant que le condensateur est complètement chargé quand la tension u_{AB}**= E à 1%** près, calculer le temps mis par le condensateur
pour se charger.

pour se charger.

II- Etude de la décharge du condensateur :

Le condensateur est complètement chargé, à un instant pris comme origine de temps, on place le commutateur K sur position **(2)** et à l'aide d'un oscilloscope à mémoire on visualise la tension u_{AB} aux bornes du condensateur. On obtient la courbe de la **figure 4**.



1- Etablir l'équation différentielle relative à u_{AB}.

2- Sachant que $u_{AB} = E.e^{-t/\tau 2}$ est solution de l'équation différentielle donner l'expression de la constante de temps τ_2 lors de la décharge du condensateur.

3-

a- Déterminer l'expression de la tension $u_{BD}(t)$ aux bornes du résistor R_3 en fonction de temps.

b- Déduire la valeur de la tension u_{BD} à l'origine de temps, si $\mathbf{R_2 = R_3}$.

4- Déterminer la valeur algébrique de l'intensité du courant i à l'instant $\mathbf{t_1}$.
On donne $\mathbf{R_2 = R_3 = 5\ k\Omega}$.

EXERCICE 8

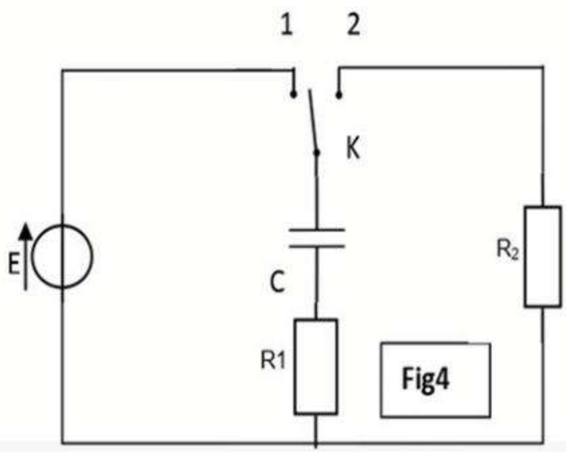
On réalise le circuit de la figure 4 comportant un générateur de tension idéal de fém. E ; deux résistors de résistances $\mathbf{R_1 = 1\ k\Omega}$ et $\mathbf{R_2}$; un condensateur de capacité C.

I.

1- représenter les connexions à effectuer pour visualiser à un oscilloscope à mémoire les tensions $\mathbf{u_c}$ sur la **voie 1** et la tension $\mathbf{u_R}$ **sur la voie 2**.

2- Le condensateur est initialement déchargé. A l'instant t = 0 on ferme K sur la position 1.
Montrer que l 'équation différentielle régissant les variations de la tension u_{R_1} peut s'écrire sous la forme : $\mathbf{R_1.C\frac{du_{R_1}}{dt} + u_{R_1} = 0}$. Cette équation différentielle a pour solution $\mathbf{u_{R_1}(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}}}$.
.Déterminer les expressions de A et de τ.

3- L'oscilloscope à mémoire a permis d'enregistrer l'évolution de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur en fonction du temps. (**Voir figure 5**).



a- Déterminer la valeur de E.

b- Déterminer la valeur de τ, en déduire la valeur de C.

c- Tracer sur le système d'axe de la figure 4 ; l'allure soignée de la courbe donnant $u_{R_1}(t)$ en fonction du temps observé sur la voie2 de l'oscilloscope.

4-

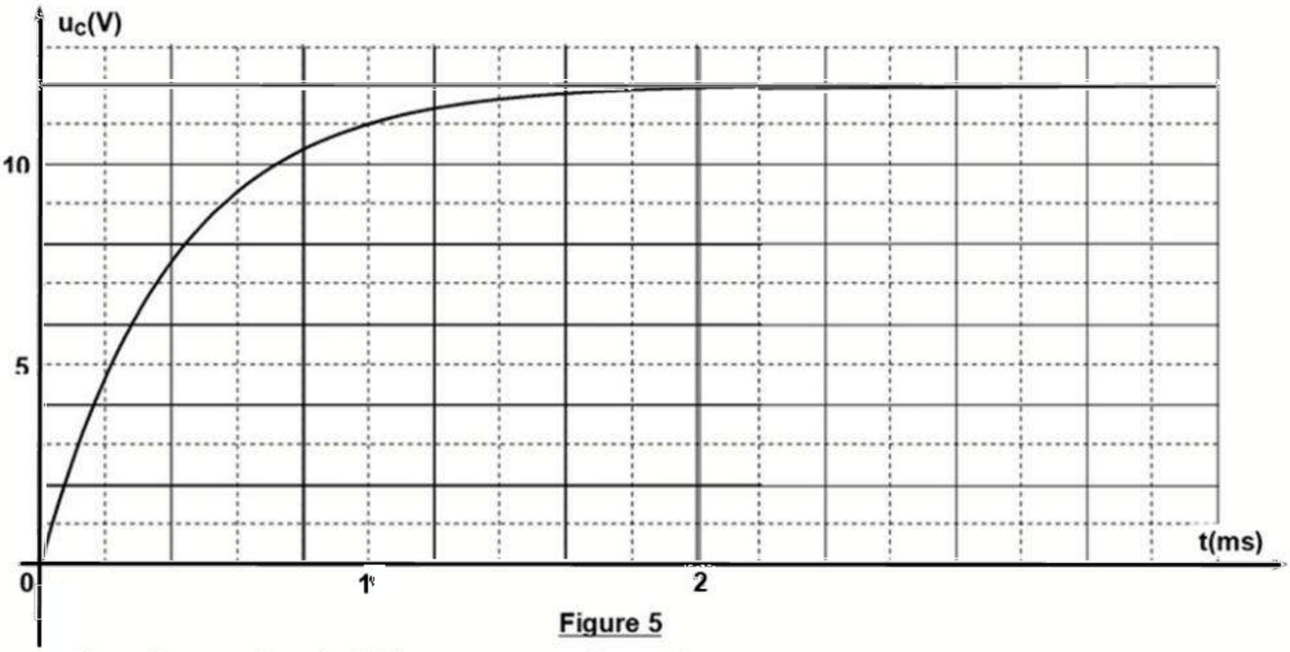


Figure 5

a- Déterminer par le calcul l'instant t_1 auquel **uc =11v** .

b- Retrouver ce résultat graphiquement.

c- Calculer l'intensité du courant lorsque $\mathbf{u_C = 1,7\, u_{R_1}}$.

5-

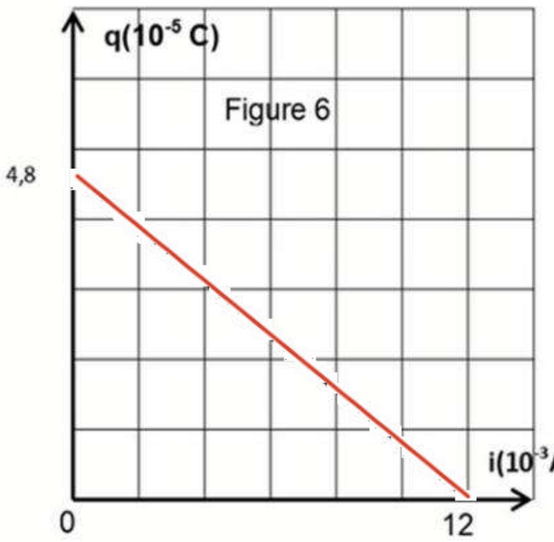
a- Déterminer l'énergie électrostatique maximale $\mathbf{E_m}$ emmagasinée par le condensateur.

b- Déterminer l'instant t_2 au quel l'énergie emmagasinée par le condensateur est $\mathbf{E_c = \frac{1}{4} E_m}$

6-

a- Etablir la relation : $\mathbf{q(t) = C.E - \tau . i(t)}$

b- Une étude expérimentale a permis de tracer la courbe (figure6) .Retrouver les valeurs τ et C en exploitant la courbe.



II. Lorsque le condensateur est complètement chargé, on bascule l'interrupteur en **position 2** , a une date prise **comme nouvelle origine du temps .**

1- Etablir l'équation différentielle en régissant les variations de **i.**

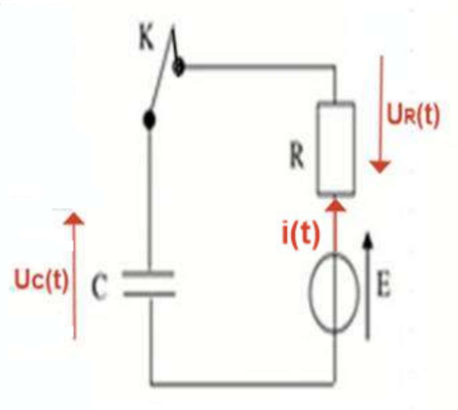
2- Vérifier que la solution de cette équation est

$$i = -\frac{E}{R1 + R2} e^{\frac{-t}{(R1+R2)C}}$$

Physique

CORRECTION

EXERCICE 1



1) a) loi des mailles :

$$U_C(t) + U_R(t) - E = 0$$

$$U_C(t) + U_R(t) = E$$

$$\left(\frac{q(t)}{C} + R\,i(t) = E\right) \times \frac{1}{R}$$

$$\frac{q(t)}{RC} + \frac{dq(t)}{dt} = \frac{E}{R}$$

b) $q(t) = C\,U_C(t)$

$$\frac{q(t)}{RC} + \frac{dq(t)}{dt} = \frac{E}{R}$$

$$\frac{C\,U_C(t)}{RC} + \frac{d(C\,U_C(t))}{dt} = \frac{E}{R}$$

$$\frac{U_C(t)}{R} + C\,\frac{dU_C(t)}{dt} = \frac{E}{R}$$

$$\frac{d}{dt}e^{\alpha t} = \alpha e^{\alpha t}$$

$$\frac{d}{dt}e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{1}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

2) a) $\dfrac{dq(t)}{dt} + \dfrac{q(t)}{RC} = \dfrac{E}{R}$

$$\begin{cases} q(t) = A\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = A - A\,e^{-\frac{t}{\tau}} \\ \dfrac{dq(t)}{dt} = +\dfrac{A}{\tau}\,e^{-\frac{t}{\tau}} \end{cases}$$

$$\frac{dq(t)}{dt} + \frac{q(t)}{RC} = \frac{E}{R}$$

$$\frac{A\,e^{-\frac{t}{\tau}}}{\tau} + \frac{1}{RC}\left(A - A\,e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \frac{E}{R}$$

$$\frac{A}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{A}{RC} - \frac{A}{RC}e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{R}$$

$$\underbrace{\left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{RC}\right)\underbrace{Ae^{-\frac{t}{\tau}}}_{\neq 0}}_{\text{Variable}=0} + \underbrace{\frac{A}{RC}}_{\text{cte}} = \underbrace{\frac{E}{R}}_{\text{cte}}$$

$Q_m = CE$

$I_m = \frac{E}{R}$

$$\frac{1}{\tau} - \frac{1}{RC} = 0 \Rightarrow \frac{1}{\tau} = \frac{1}{RC} \Rightarrow \tau = RC$$

$$\frac{A}{RC} = \frac{E}{R} \Rightarrow A = \frac{RCE}{R} = CE$$

b) $u_{c(t)} = \frac{q(t)}{C} = \frac{CE(1-e^{-\frac{t}{\tau}})}{C} = E(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left(CE(1-e^{-\frac{t}{\tau}})\right) = \frac{CE}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{CE}{RC}e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

3) a) Méthode de la tangente à l'origine :

- τ est l'abscisse du point d'intersection de la tangente à l'origine avec la droite de régime permanent (horizontal)

$\tau = 10^{-3}$ s

$I_m = \frac{E}{R}$

b) En régime permanent $u_c = u_{c_{max}} = E$

$$\frac{u_c}{R} = \frac{u_{c\,max}}{R} = \frac{E}{R} = i(0) = I_{max} = 0{,}05\,A$$

$$I_m = \frac{E}{R} = \frac{C \times E}{C \times R} = \frac{Q_m}{\tau} = \frac{Q_P}{\tau}$$

$$Q_P = \tau \cdot I_m = 10^{-2} \times 0{,}05 = 5 \cdot 10^{-4}\,C$$

4) a)

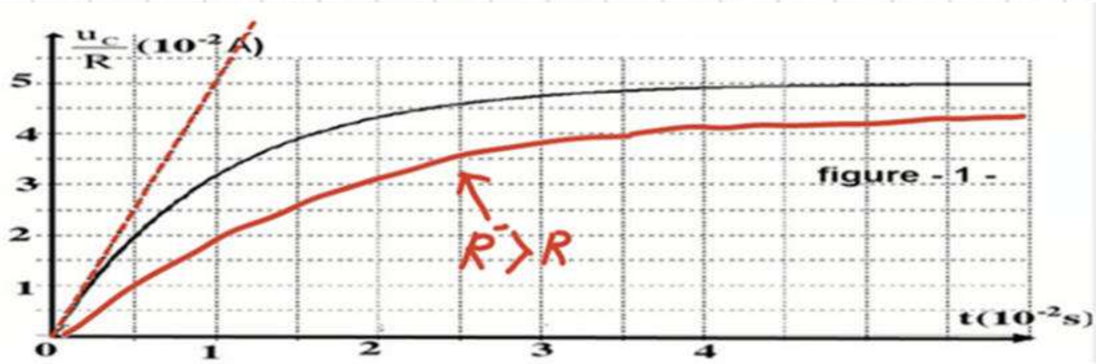
$$Q_P = CE \Rightarrow C = \frac{Q_P}{E} = \frac{5.10^{-4}}{10} = 5.10^{-5}\,F$$

b) 1^{er} methode $\tau = RC \Rightarrow R = \frac{\tau}{C} = \frac{10^{-2}}{5.10^{-5}} = 200\,\Omega$

$2^{ème}$ methode $I_m = \frac{E}{R} \Rightarrow R = \frac{E}{I_m} = \frac{10}{0{,}05} = 200\,\Omega$

c) Si on augmente R :

- $\tau \nearrow = R \nearrow C$ donc τ augmente
- le rapport $\frac{u_C}{R} \nearrow$ diminue.



5) $\frac{u_C}{R} = 2.10^{-2}$

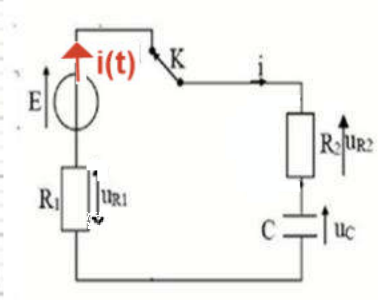
$$u_C = R \times 2.10^{-2} = 200 \times 2.10^{-2} = 4\,V$$

$$E_C = \frac{1}{2} C . u_C^2 = \frac{1}{2}\, 5.10^{-4} \times 4^2 = 4.10^{-3}\,J$$

Physique

Physique

EXERCICE 2



1) $u_C(t) + u_{R_2}(t) + u_{R_1}(t) - E = 0$

$$\left(\frac{q(t)}{C} + R_2\, i(t) + R_1\, i(t) = E\right) \times \frac{1}{R_1+R_2}$$

$$\frac{q(t)}{(R_1+R_2)C} + \frac{(R_1+R_2)}{(R_1+R_2)} \cdot \frac{dq(t)}{dt} = \frac{E}{(R_1+R_2)}$$

$$\frac{q(t)}{\tau_1} + \frac{dq(t)}{dt} = \frac{E}{(R_1+R_2)}$$

2) a) $q(t) = A\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}\right)$

$$\frac{q(t)}{\tau_1} + \frac{dq(t)}{dt} = \frac{E}{(R_1+R_2)}$$

$$\frac{A}{\tau_1}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}\right) + \frac{d}{dt}\left(A\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}\right)\right) = \frac{E}{(R_1+R_2)}$$

$$\frac{A}{\tau_1} - \frac{A}{\tau_1} e^{-\frac{t}{\tau_1}} + \frac{A}{\tau_1} e^{-\frac{t}{\tau_1}} = \frac{E}{(R_1+R_2)}$$

$$\frac{A}{\tau_1} = \frac{E}{(R_1+R_2)}$$

$$A = \frac{\tau_1 \times E}{(R_1+R_2)} = \frac{(R_1+R_2)C \cdot E}{(R_1+R_2)} = CE$$

b) $u_C(t) = \frac{q(t)}{C} = \frac{CE}{C}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}\right) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}\right)$

$$i(t) = C\frac{du_C(t)}{dt}$$

$$= C\frac{d}{dt}\left(E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}\right)\right)$$

$$= \frac{CE}{\tau_1} e^{-\frac{t}{\tau_1}}$$

avec $\tau_1 = (R_1+R_2)C$

$$i(t) = \frac{CE}{(R_1+R_2)\times C} e^{-\frac{t}{\tau_1}} = \frac{E}{(R_1+R_2)} e^{-\frac{t}{\tau_1}}$$

3) a)

$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} \Rightarrow$ La pente de tangente à l'origine

$$= \frac{5.10^{-6}}{10^{-3}} = 5.10^{-3} A$$

b) $\tau = 10^{-3} s$ (Methode la tangente à $t = 0s$)

$Q_m = 5.10^{-6} C$ (courbe en régime permanent)

4) a) $U_{R_2}(0) = 6 V$ (donné)

$U_{R_2}(0) = R_2\, i(0) \Rightarrow R_2 = \frac{U_{R_2}(0)}{i(0)} = \frac{6}{5.10^{-3}} = 1200 \Omega$

$R_2 = 1,2 K\Omega$

b) $R_2 = 3 R_1 \Rightarrow R_1 = \frac{R_2}{3} = \frac{1200}{3}$

$R_1 = 400 \Omega$

$\tau_1 = (R_1 + R_2)\times C \Rightarrow C = \frac{\tau_1}{(R_1+R_2)} = \frac{10^{-3}}{(1200+400)}$

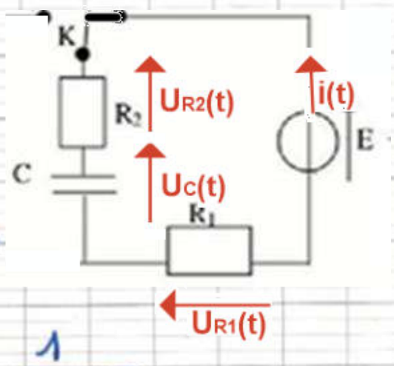
$C = 0,625.10^{-6} F$

$Q_m = CE \Rightarrow E = \frac{Q_m}{C} = \frac{5.10^{-6}}{C} = 8 V$

5) $E_c(0) = \frac{1}{2} C E^2 = \frac{1}{2} 0,625.10^{-6} \times 8^2 = 2.10^{-5} J$

Physique

EXERCICE 3



1) a) loi des mailles :

$$U_{R_1}(t) + U_{R_2}(t) + U_C(t) - E = 0$$

$$\left((R_1 + R_2)\, i(t) + \frac{q(t)}{C} = E\right) \times \frac{1}{(R_1+R_2)}$$

$$\frac{(R_1 + R_2)}{(R_1 + R_2)} \frac{dq(t)}{dt} + \frac{q(t)}{(R_1+R_2)C} = \frac{E \times C}{(R_1+R_2) \times C}$$

$$\frac{dq(t)}{dt} + \frac{q(t)}{\tau} = \frac{CE}{\tau}$$

b) On dérive l'équation différentielle

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{dq(t)}{dt} + \frac{q(t)}{\tau} = \frac{CE}{\tau}\right)$$

$$\frac{d}{dt} i(t) + \frac{1}{\tau}\frac{dq(t)}{dt} = \frac{d(CE)}{dt\,\tau}$$

cte

$$i(t) = \frac{U_2(t)}{R_2}$$

$$\frac{d}{dt}\frac{U_2(t)}{R_2} + \frac{1}{\tau} i(t) = 0$$

$$\frac{1}{\tau} i(t) = -\frac{1}{R_2}\frac{dU_2(t)}{dt}$$

$$i(t) = -\frac{\tau}{R_2}\frac{dU_2(t)}{dt}$$

2) a) $\dfrac{dq(t)}{dt} + \dfrac{q(t)}{\tau} = \dfrac{CE}{\tau}$

$$\frac{d}{dt}\left(A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})\right) + \frac{A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})}{\tau} = \frac{CE}{\tau}$$

$$\frac{A}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{A - A e^{-\frac{t}{\tau}}}{\tau} = \frac{CE}{\tau}$$

Physique

$$\frac{A}{\tau} = \frac{CE}{\tau} \Rightarrow A = CE$$

b) $u_C(t) = \frac{q(t)}{C} = \frac{CE(1-e^{-\frac{t}{\tau}})}{C} = E(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$

$$i(t) = C\frac{du_C(t)}{dt} = C\frac{d}{dt}\left(E(1-e^{-\frac{t}{\tau}})\right) = \frac{CE}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{CE}{(R_1+R_2)C}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i(t) = \frac{E}{(R_1+R_2)}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$u_2(t) = R_2\, i(t) = \frac{R_2 E}{(R_1+R_2)}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

3) a) $u_{C\max} = E = 5\,V$ (courbe)

b) $\tau = 2.10^{-3}s$ (methode de la tangente)

4) a) à $t = 0s$ $i(0) = 5.10^{-3}A$ d'où $q(0) = 0C$

l'équa diff : $\frac{dq(t)}{dt} + \frac{q(t)}{\tau} = \frac{CE}{\tau}$

$$i(0) = \frac{CE}{\tau} \Rightarrow C = \frac{i(0)\times\tau}{E} = \frac{5.10^{-3}\times 2.10^{-3}}{5}$$

$$C = 2.10^{-6} = 2\mu F$$

b) 1^er^ methode :

$u_2(t) = R_2\, i(t) \Rightarrow R_2 = \frac{u_2(t)}{i(t)} = \frac{4}{5.10^{-3}} = 800\Omega$

2^ème^ methode : pente à $t=0s$

$i(t) = -\frac{\tau}{R_2}\left.\frac{du_2(t)}{dt}\right)_{t=0} \Rightarrow R_2 = -\frac{\tau}{i(t_0)}\times a$

$$R_2 = -\frac{2.10^{-3}}{5.10^{-3}}\times(-2000) = 800\,\Omega$$

$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{4-0}{0-2.10^{-3}} = 2000\,Vs^{-1}$

c) $\tau = (R_1 + R_2)C$

$$\frac{\tau}{C} = (R_1 + R_2)$$

$$R_1 = \frac{\tau}{C} - R_2$$

$$= \frac{2.10^{-3}}{2.10^{-6}} - 800$$

$$= 200\,\Omega$$

5) $E_c = \frac{1}{2} C U_{C_{max}}^2$

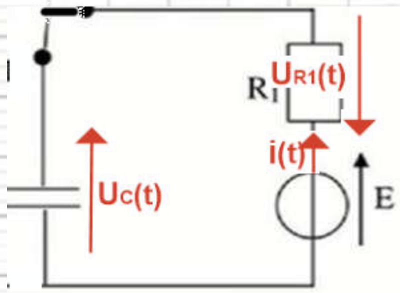
$$E_c = \frac{1}{2}\, 2.10^{-6} \times 5^2$$

$$= 25.10^{-6}\,J$$

Physique

Physique

EXERCICE 4



1) La loi des mailles

$$u_{R_1}(t) + u_c(t) - E = 0$$

$$R_1 i(t) + u_c(t) = E$$

$$\left(R_1 C \frac{du_c(t)}{dt} + u_c(t) = E\right) \times \frac{1}{R_1 C}$$

$$\left(\frac{du_c(t)}{dt} + \frac{1}{R_1 C} u_c(t) = \frac{E}{R_1 C}\right) \times \frac{R_1 C}{E}$$

$$\frac{R_1}{E} C \frac{du_c(t)}{dt} + \frac{R_1 C}{E} \times \frac{1}{R_1 C} u_c(t) = \frac{E}{R_1 C} \times \frac{R_1 C}{E}$$

$$\left(\frac{R_1}{E} i(t) + \frac{1}{E} u_c(t) = 1\right) \times C$$

$$\frac{R_1 C}{E} i(t) + \frac{C}{E} u_c(t) = C$$

$$\frac{R_1 C}{E} \frac{dq(t)}{dt} + \frac{C}{E} \times \frac{q(t)}{C} = C$$

$$\frac{R_1 C}{E} \frac{dq(t)}{dt} + \frac{q(t)}{E} = C$$

2) a) $$\frac{du_c(t)}{dt} + \frac{u_c(t)}{R_1 C} = \frac{E}{R_1 C}$$

$$\frac{d}{dt}\left(A\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}\right)\right) + \frac{A}{R_1 C}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}\right) = \frac{E}{R_1 C}$$

$$\frac{A}{\tau_1} e^{-\frac{t}{\tau_1}} + \frac{A}{R_1 C} - \frac{A}{R_1 C} e^{-\frac{t}{\tau_1}} = \frac{E}{R_1 C}$$

$$\underbrace{\left(\frac{A}{\tau_1} - \frac{A}{R_1 C}\right) \underset{\neq 0}{e^{-\frac{t}{\tau_1}}}}_{\text{variable} = 0} + \underset{\text{cte}}{\frac{A}{R_1 C}} = \underset{\text{cte}}{\frac{E}{R_1 C}}$$

$$\frac{A}{R_1C} - \frac{A}{\tau_1} = 0$$

$$\frac{A}{R_1C} = \frac{A}{\tau_1} \Rightarrow \tau_1 = R_1C$$

$$\frac{A}{R_1C} = \frac{E}{R_1C} \Rightarrow A = E$$

b) $q(t) = c\,u_C(t) = CE(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}})$

$$i(t) = c\frac{du_C(t)}{dt} = c\frac{d}{dt}\left(E(1-e^{-\frac{t}{\tau}})\right) = \frac{EC}{\tau_1}e^{-\frac{t}{\tau_1}} = \frac{EC}{R_1C}e^{-\frac{t}{\tau_1}} = \frac{E}{R_1}e^{-\frac{t}{\tau_1}}$$

3) a) En régime permanent : $q = Q_m \Rightarrow$ cte

L'équation diff en fⁿ q :

$$\frac{R_1C}{E}\frac{dq(t)}{dt} + \frac{q(t)}{E} = C$$

$$\frac{R_1C}{E}\cancel{\frac{dQ_m}{dt}}^{\,0} + \frac{Q_m}{E} = C$$

$$\frac{Q_m}{E} = C$$

A partir de la courbe $C = \frac{Q_m}{E} = 0{,}5 \cdot 10^{-6}\,F$

b) τ_1 est l'abscisse du point d'intersection de la tangente à l'origine avec ($u_C(t) = E$)

$$\tau_1 = 10^{-2}\,s$$

c) 1ère méthode

$$\tau_1 = R_1C \Rightarrow R_1 = \frac{\tau_1}{C} = \frac{10^{-2}}{0{,}5\cdot 10^{-6}} = 2\cdot 10^{+4}\,\Omega$$

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{0{,}5\cdot10^{-6} - 0}{10^{-2} - 0} = 5\cdot10^{-5}$$

2ème méthode

La pente de la droite à l'origine

$$a = \frac{dq(t)}{dt\,E}\Big|_{t=0} = \frac{1}{E}\,\frac{dq(t)}{dt}\Big|_{t=0} = \frac{1}{E}\times i(t=0)$$

$$i(t=0) = \frac{E}{R_1}\,e^{-\frac{t}{\tau_1}} = \frac{E}{R_1}\,e^{0} = \frac{E}{R_1}$$

$$a = \frac{1}{E}\times i(t=0) = \frac{1}{E}\times\frac{E}{R_1} = \frac{1}{R_1}$$

$$a = \frac{1}{R_1} \Rightarrow R_1 = \frac{1}{a} = \frac{1}{5\cdot10^{-5}} = 2\cdot10^{4}\,\Omega$$

4) a) $i(0) = \dfrac{E}{R_1}$

$$E = R_1 \times i(0) = 2\cdot10^{4}\times0{,}5\cdot10^{-3} = 10\,V$$

b) $Q_m = CE = 0{,}5\cdot10^{-6}\times10 = 5\cdot10^{-6}\,C$

5) $\dfrac{q}{E} = 0{,}2\cdot10^{-6}$

$$q = 0{,}2\cdot10^{-6}\times E = 0{,}2\cdot10^{-6}\times10 = 2\cdot10^{-6}\,C$$

$$E_C = \frac{1}{2C}\,q^2 = \frac{1}{2\times0{,}5\cdot10^{-6}}\times(2\cdot10^{-6})^2$$

$$= 4\cdot10^{-6}\,J.$$

EXERCICE 5

Partie A

1) $C_1 \rightarrow U_{R_1}$ car $U_{R_1} = R_1 I_1$ est constante

$C_2 \rightarrow U_{C(t)}$ car $U_{C(t)}$ croît au cours du temps

2) $U_{R_1} = R_1 I_1 \rightarrow I_1 = \frac{U_{R_1}}{R_1} = \frac{2}{10.10^3} = 2.10^{-4} A$

3) La courbe C_2 est une droite linéaire

$y = ax$

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{2-0}{4-0} = 0{,}5\ V s^{-1}$$

$$\begin{cases} U_C = 0{,}5 . t \\ U_C = \frac{q}{C} = \frac{I_1 t}{C} \end{cases}$$

$\frac{I_1}{C} = 0{,}5 \rightarrow C = \frac{I_1}{a} = \frac{2.10^{-4}}{0{,}5} = 4.10^{-4} F$

4) a) $U_{C_C} = \frac{I_1 . t_C}{C} \rightarrow t_C = \frac{U_{C_C} \times C}{I_1} = \frac{10 \times 4.10^{-4}}{2.10^{-4}} = 20 s$

b) La charge est 2 fois plus lentement :

$t'_C = 40 s$

$*$ Si $R_2 = 2 R_1$

$$I_2 = \frac{U_{R_2}}{R_2} = \frac{U_{R_2}}{2R_1} = \frac{2}{2 \times 10.10^{3}} = 10^{-4} A$$

$I_2 = I_1$ (proposition juste

$R_2 = 2R_1 \Rightarrow \tau_2 = 2\tau_1$ (2 fois plus lente)

Physique

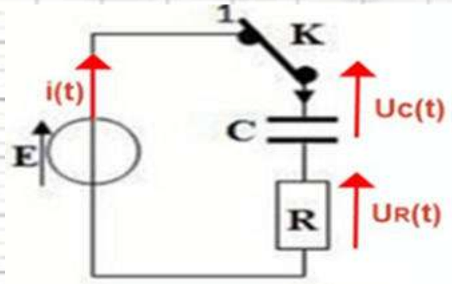
Si : $I_2 = \frac{I_1}{2}$

$t'_c = \frac{U_{ac} \times C}{I_2} = \frac{U_{ac} \cdot C}{\frac{I_1}{2}} = \frac{10 \times 4 \cdot 10^{-4}}{\frac{2 \cdot 10^{-4}}{2}} = 40s$

donc on modifie I pour charge

le condensateur 2 fois plus long.

Partie B



1) $U_c(t) + U_R(t) - E = 0$

$U_c(t) + U_R(t) = E$

$U_c(t) + RC\frac{dU_c(t)}{dt} = E$

$\boxed{\frac{d}{dt} e^{-\frac{t}{RC}} = -\frac{1}{RC} e^{-\frac{t}{RC}}}$

2) $U_c(t) + RC\frac{dU_c(t)}{dt} = E$

$E(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) + RC\frac{d}{dt}(E(1 - e^{-\frac{t}{RC}}))$

$= E - E e^{-\frac{t}{RC}} + \frac{\cancel{RC} E}{\cancel{RC}} e^{-\frac{t}{RC}}$

$\boxed{Q_m = CE}$

$= E$

3) $q(t) = C \cdot U_c(t) = CE(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$

$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = CE\frac{d}{dt}(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) = \frac{CE}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$

4) a) La droite est une fonction affine

$\boxed{I_m = \frac{E}{R}}$

$y = ax + b$

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{0 - A}{B - 0} = -\frac{A}{B}$$

$$\frac{du_c(t)}{dt} = -\frac{A}{B}u_c + A$$

b) L'équation différentielle :

$$u_c(t) + Rc\frac{du_c(t)}{dt} = E$$

$$\frac{du_c(t)}{dt} = \frac{E}{Rc} - \frac{u_c(t)}{Rc}$$

$$\begin{cases} \frac{du_c(t)}{dt} = -\frac{1}{Rc}u_c(t) + \frac{E}{RC} & \text{(théorique)} \\ \frac{du_c(t)}{dt} = -\frac{A}{B}u_c(t) + A & \text{(graphique)} \end{cases}$$

Par identification

$$A = \frac{E}{RC}$$

$$\frac{A}{B} = \frac{1}{Rc} \Rightarrow B = A \times RC = \frac{E}{RC} \times RC = E$$

$$B = E$$

c) $\frac{B}{A} = \frac{E}{\frac{E}{Rc}} = Rc = \tau$

$$\tau = \frac{B}{A}$$

d) $\tau = \frac{B}{A} = \frac{8}{8 \cdot 10^3} = 10^{-3}\,s$

$$E = B = 8\,V$$

5) a) $q(t) = Q_m\left(1 - e^{-\frac{t}{Rc}}\right)$

Physique

tangente : droite affine

$y = ax + b$

$q(t) = 1{,}48.10^{-2} \times t + 1{,}04.10^{-5}$

$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

$= \frac{2{,}52.10^{-5} - 1{,}04.10^{-5}}{\tau - 0}$

$= 1{,}48.10^{-2}$

b) $i(t=\tau) = \frac{dq(t)}{dt}\Big)_{t=\tau}$: pente de tg.

$i(t=\tau) = 1{,}48.10^{-2}\,A$

$\tau = 10^{-3}s$

c) $Q_m = CE = 4.10^{-5}$ (courbe)

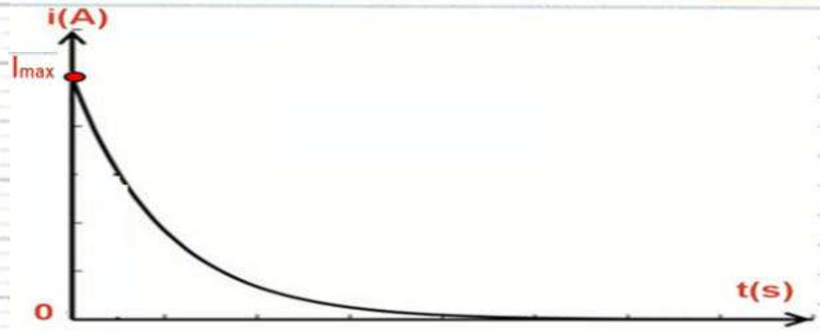
$C = \frac{Q_m}{E} = \frac{4.10^{-5}}{8} = 0{,}5.10^{-5}\,F$

$\tau = RC$ ➔ $R = \frac{\tau}{C} = \frac{10^{-3}}{0{,}5.10^{-5}} = 200\,\Omega$

d) $i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$

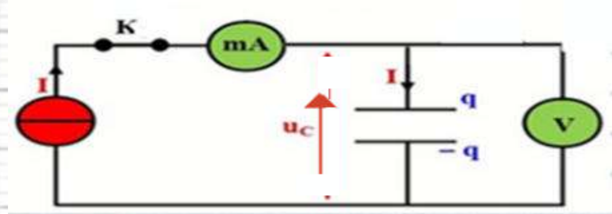
✅ $i(t=0) = \frac{dq(t)}{dt}\Big)_{t=0} = \frac{E}{R} = \frac{8}{200} = 2.10^{-4}\,A$

✅ $i(t \to +\infty) = \frac{dq}{dt}\Big)_{t \to +\infty} = \frac{dQ_m}{dt} = 0\,A$



EXERCICE 6

I) 1) a)



b) generateur du courant $I = \frac{q}{t}$

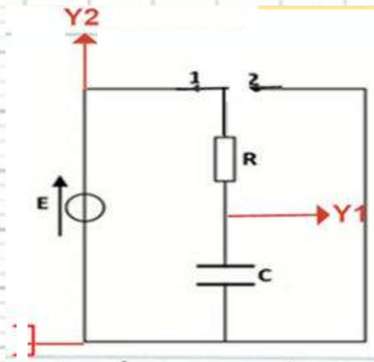
c) $q = I \cdot t = 20 \cdot 10^{-6} \times 10 = 2 \cdot 10^{-4} C$

2) a) La droite est une fonction lineaire

$y = ax$

$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{10^{-3} - 0}{10 - 0} = 10^{-4} C V^{-1}$

$\begin{cases} q = 10^{-4} \times U_C \\ q = C \times U_C \end{cases} \Rightarrow C = 10^{-4} F$



II) 1) $U_{C(t)}$: voie Y_1

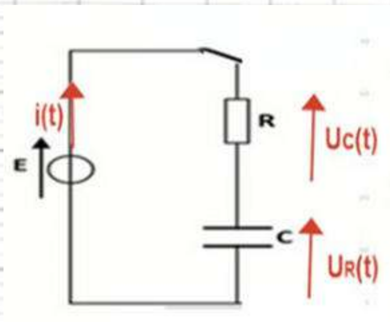
$U_{G(t)}$: voie Y_2

2) La tension U_G est constante : courbe I

La tension $U_{C(t)}$ croit : courbe II

3)

a) $U_R + U_C - E = 0$



$Ri + U_C = E$

$\left(RC\frac{dU_C}{dt} + U_C = E\right) \times \frac{1}{RC}$

Physique

$$\begin{cases} \dfrac{du_c}{dt} + \dfrac{u_c}{RC} = \dfrac{E}{RC} \\ \dfrac{du_c}{dt} + \dfrac{u_c}{\alpha} = \dfrac{E}{\alpha} \end{cases} \Rightarrow \alpha = RC = \tau$$

b) $\dfrac{du_c}{dt} + \dfrac{u_c}{\tau} = \dfrac{E}{\tau}$

$\dfrac{d}{dt}\left(A - Ae^{-\frac{t}{\beta}}\right) + \dfrac{A}{\tau}\left(1 - e^{-\frac{t}{\beta}}\right) = \dfrac{E}{\tau}$

$\dfrac{A}{\beta} e^{-\frac{t}{\beta}} + \dfrac{A}{\tau} - \dfrac{A}{\tau} e^{-\frac{t}{\beta}} = \dfrac{E}{\tau}$

$\left(\dfrac{1}{\beta} - \dfrac{1}{\tau}\right) A e^{-\frac{t}{\beta}} + \dfrac{A}{\tau} = \dfrac{E}{\tau}$

$\dfrac{1}{\beta} - \dfrac{1}{\tau} = 0 \Rightarrow \beta = \tau$

$\dfrac{A}{\tau} = \dfrac{E}{\tau} \Rightarrow A = E$

4) a) $u_c(t=\tau) = E(1 - e^{-1}) = 0{,}63E = 6{,}3V$

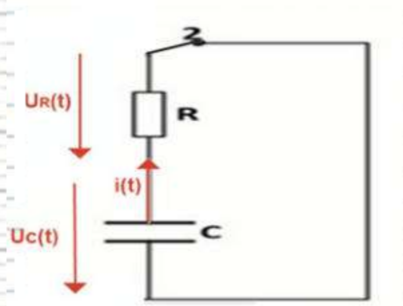
$\tau = 1s$ (methode de 63%)

b) $\tau = RC \Rightarrow C = \dfrac{\tau}{R} = \dfrac{1}{10^3} = 10^{-3} F$

5) a) $E_c = \dfrac{1}{2} C U_{c\,max}^2 = \dfrac{1}{2} 10^{-3} \times (10)^2 = 0{,}05 J$

b) lorsque $i(t) = I_m \Rightarrow U_c = 0V$

$E_c = 0 J$



6) a) $u_c + u_R = 0$

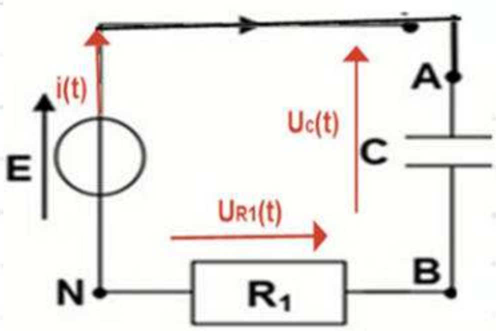
$u_c + RC\dfrac{du_c}{dt} = 0$

b) $E e^{-\frac{t}{\tau}} - \dfrac{RC}{RC} E e^{-\frac{t}{\tau}} = 0$

Physique

EXERCICE 7

I) 1)



a) La loi des mailles

$u_{AB} + u_{BN} - E = 0$

$u_{AB} + R_1 i = E$

$u_{AB} + R_1 C \frac{du_{AB}}{dt} = E$

$u_{AB} = u_C$

$i = C\frac{du_C}{dt}$

$i = C\frac{du_{AB}}{dt}$

b) $u_{BN} + u_{AB} = E$

$\frac{d}{dt}(u_{BN} + \frac{q}{C} = E)$

$\frac{du_{BN}}{dt} + \frac{1}{C}\frac{dq}{dt} = \frac{dE}{dt}$

$\frac{du_{BN}}{dt} + \frac{1}{C} i(t) = 0$

$\frac{du_{BN}}{dt} + \frac{u_{BN}}{R_1 C} = 0$

$u_{BN} = u_R = R_1 i$

$i = \frac{u_{BN}}{R_1}$

c) $\frac{du_{BN}}{dt} + \frac{u_{BN}}{R_1 C} = 0$

$\frac{d}{dt} e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{1}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$

$\frac{d}{dt}(E e^{-\frac{t}{\tau_1}}) + \frac{E}{R_1 C} e^{-\frac{t}{\tau_1}} = 0$

$-\frac{E}{\tau_1} e^{-\frac{t}{\tau_1}} + \frac{E}{R_1 C} e^{-\frac{t}{\tau_1}} = 0$

$(-\frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{R_1 C}) \underbrace{E e^{-\frac{t}{\tau_1}}}_{\neq 0} = 0$

$-\frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{R_1 C} = 0 \Rightarrow \frac{1}{R_1 C} = \frac{1}{\tau_1} \Rightarrow \tau_1 = R_1 C$

2) $u_{AB}(t) + u_{BN}(t) = E$

$u_{AB}(t) = E - u_{BN}(t)$

$= E - E e^{-\frac{t}{\tau_1}} = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}})$

Physique

$$i(t) = \frac{U_{BN}(t)}{R_1} = \frac{E}{R_1} e^{-\frac{t}{\tau_1}}$$

3) a) τ_1 est la constante de temps

b) $U_{BN}(t=\tau) = E e^{-1} = 0{,}37 . E = 0{,}37 \times 10 = 3{,}7V$

graphiquement $\tau_1 = 25 . 10^{-3} s$

$\tau_1 = R_1 C$ ➔ $R_1 = \frac{\tau_1}{C} = \frac{25 . 10^{-3}}{5 . 10^{-6}} = 5 . 10^{3} \Omega$

4)

$$E_C(t) = \frac{1}{2} C U_C^2(t)$$
$$= \frac{1}{2} C \left(E(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}})\right)^2$$
$$= \frac{1}{2} C E^2 \times \left(\underbrace{1 - e^{-\frac{200.10^{-3}}{25.10^{-3}}}}_{1}\right)^2$$
$$= \frac{1}{2} C E^2$$
$$= \frac{1}{2} 5 . 10^{-6} \times 10^2 = 2{,}5 . 10^{-4} J$$

5)

$$U_{AB} = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}) = 0{,}99E$$
$$1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}} = 0{,}99$$

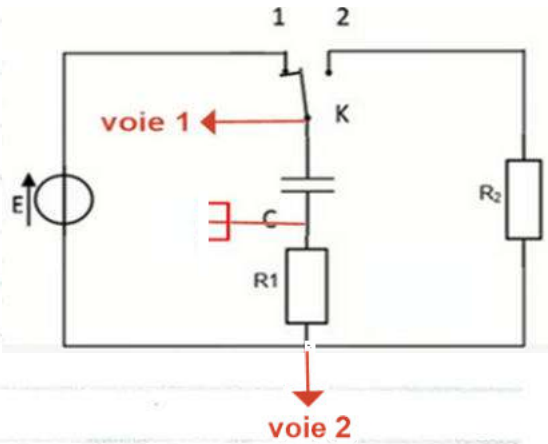
$\boxed{\ln e^{\alpha} = \alpha}$

$$1 - 0{,}99 = e^{-\frac{t}{\tau_1}}$$
$$\ln(0{,}01) = \ln(e^{-\frac{t}{\tau_1}})$$
$$-4{,}6 = -\frac{t}{\tau_1}$$
$$t = 4{,}6 \tau_1 = 4{,}6 \times 25 . 10^{-3} = 115 . 10^{-3} s$$

Physique

EXERCICE 8

I) 1)



- u_C : voie 1
- u_R : voie 2

2) La loi des mailles

$$u_{R_1}(t) + u_C(t) - E = 0$$

$$\frac{d}{dt}\left(u_{R_1}(t) + \frac{q(t)}{C} = E\right)$$

$$\frac{du_{R_1}(t)}{dt} + \frac{1}{C}\frac{dq(t)}{dt} = \frac{dE}{dt}$$

$$\frac{du_{R_1}(t)}{dt} + \frac{1}{C}\, i(t) = 0$$

$$R_1C\left(\frac{du_{R_1}(t)}{dt} + \frac{u_{R_1}(t)}{R_1C} = 0\right)$$

$$R_1C\frac{du_{R_1}(t)}{dt} + u_{R_1}(t) = 0$$

$$u_{R_1}(t=0) = Ae^{0} = A = E$$

$$R_1C\frac{du_{R_1}}{dt} + u_{R_1}(t) = 0$$

$$R_1C\frac{d}{dt}\left(Ee^{-\frac{t}{\tau}}\right) + Ee^{-\frac{t}{\tau}} = 0$$

$$-\frac{R_1C}{\tau}Ee^{-\frac{t}{\tau}} + Ee^{-\frac{t}{\tau}} = 0$$

$$\left(-\frac{R_1C}{\tau} + 1\right)Ee^{-\frac{t}{\tau}} = 0$$

$$-\frac{R_1C}{\tau} + 1 = 0$$

$$\frac{R_1C}{\tau} = 1 \Rightarrow \tau = R_1C$$

Physique

3) a) $E = 12V$

b) $u_c(t=\tau) = 0{,}63 \times E = 0{,}63 \times 12 = 7{,}56V$

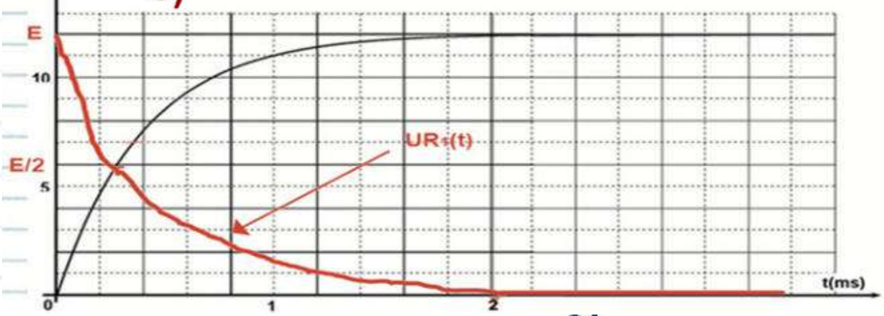
graphiquement $\tau = 0{,}4 \cdot 10^{-3}s$

$\tau = R_1 C \Rightarrow C = \frac{\tau}{R_1} = \frac{0{,}4 \cdot 10^{-3}}{10^3} = 0{,}4 \cdot 10^{-6}F$

c) $u_{R_1}(t=0) = E$

$u_{R_1}(t \to +\infty) = 0$

c)



4) a) $u_c(t) = E(1 - e^{-\frac{t_1}{\tau}}) = 11$

$\frac{11}{E} = 1 - e^{-\frac{t_1}{\tau}}$

$e^{-\frac{t_1}{\tau}} = 1 - \frac{11}{E} = 1 - \frac{11}{12} = \frac{1}{12}$

$\ln e^{-\frac{t_1}{\tau}} = \ln \frac{1}{12}$

$-\frac{t_1}{\tau} = -2{,}485$

$t_1 = 2{,}485 \times 0{,}4 \cdot 10^{-3} = 0{,}99 \cdot 10^{-3}s$

b) graphiquement $t_1 = 10^{-3}s$

Physique

c) $u_c + u_{R_1} = E$

$1{,}7\, u_{R_1} + u_{R_1} = E$

$2{,}7\, u_{R_1} = E$

$u_{R_1} = \frac{E}{2{,}7} = R_1 i$

$i = \frac{E}{2{,}7 \times R_1} = \frac{12}{2{,}7 \times 10^3} = 4{,}44 \cdot 10^{-3} A$

5) a) $E_m = \frac{1}{2} c E^2 = \frac{1}{2}\, 0{,}4 \cdot 10^{-6} \times (12)^2 = 28{,}8 \cdot 10^{-6} J$

b) $E_c = \frac{1}{4} E_m$

$\frac{1}{2} c u_c^2 = \frac{1}{4} \frac{1}{2} c E^2$

$\frac{1}{2} c \left(E(1 - e^{-\frac{t_2}{\tau}})\right)^2 = \frac{1}{8} c E^2$

$\frac{1}{2} c E^2 (1 - e^{-\frac{t_2}{\tau}})^2 = \frac{1}{8} c E^2$

$(1 - e^{-\frac{t_2}{\tau}})^2 = \frac{1}{4}$

$e^{-\frac{t_2}{\tau}} = 1 - \frac{1}{2}$

$-\frac{t_2}{\tau} = \ln(0{,}5)$

$t_2 = \tau \times \ln(0{,}5)$

$t_2 = 0.27\, 10^{-3} s.$

Physique

6) a) La loi des mailles

$u_C + u_R = E$

l'équa diff en f° q(t) : $\tau \frac{dq(t)}{dt} + q(t) = CE$

$q(t) = CE - \tau \frac{dq(t)}{dt}$

$q(t) = CE - \tau i(t)$

b) La courbe est une droite affine

$y = ax + b$

$q(t) = -4.10^{-4} i(t) + 4{,}8.10^{-5}$

$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{4{,}8.10^{-5} - 0}{0 - 12.10^{-3}} = -4.10^{-4}$

$\begin{cases} q(t) = 4{,}8.10^{-5} - 4.10^{-4} i(t) \\ q(t) = CE - \tau i(t) \end{cases}$

Par identification

$CE = 4{,}8.10^{-5}$

$C = \frac{4{,}8.10^{-5}}{E} = \frac{4{,}8.10^{-5}}{12} = 0{,}4.10^{-6}\,F$

$\tau = 4.10^{-4} = 0{,}4.10^{-3}\,s$