Série N : 2 Dipôle RC

EXERCICE 1 (2015 - SC - C)

* résistor de résistance $R = 250\ \Omega$;
* générateur G_1 de tension idéal de fem $E = 6$ V;
* dipôle **D** de nature inconnue;
* interrupteur **K**;
* oscilloscope bicourbe;
* générateur basse fréquence **GBF** délivrant une tension sinusoïdale d'amplitude constante U_m et de fréquence **N** réglable.

I- Dans une première expérience et pour visualiser la tension électrique instantanée u_{BM} aux bornes du résistor, on réalise le montage de la **figure** 1. On ferme l'interrupteur **K** à l'instant $t = 0$ et on relie le point **B** du circuit à la voie Y_B de l'oscilloscope et le point **M** à la masse. L'évolution de u_{BM} en fonction du temps est représentée sur la **figure 2**.

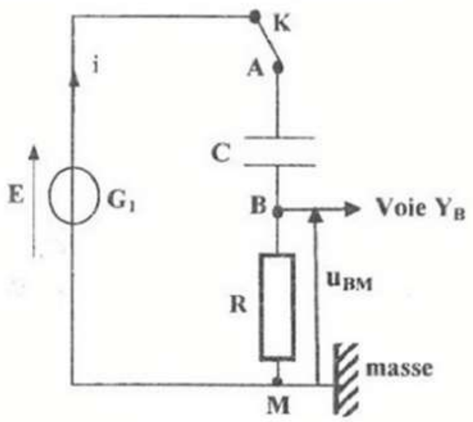


figure 1

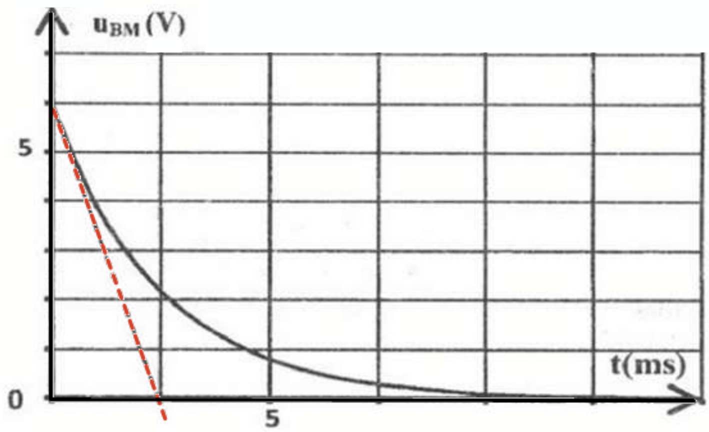


figure 2

1- a- Etablir l'équation différentielle régissant l'évolution de la charge **q** du condensateur au cours du temps.

b- Montrer que l'équation différentielle régissant l'évolution de la tension $u_R = u_{BM}$ au cours du temps peut s'écrire sous la forme : $\frac{du_R}{dt} + \frac{1}{\tau}u_R = 0$; avec $\tau = RC$.

2- On admet que la solution de cette équation différentielle est de la forme : $u_R(t) = \beta e^{-\alpha t}$.
Exprimer **β** et **α** en fonction de **E**, **R** et **C**.

3-a- Déterminer graphiquement la valeur de **τ**.

b- En déduire la valeur de la capacité **C**.

EXERCICE 2 (2014 - SC - C)

Afin d'étudier expérimentalement la réponse d'un dipôle **RC** à un échelon de tension, on réalise le circuit électrique de la **figure 1** qui comporte :

– un générateur de tension idéal de force électromotrice **E** ;
– un condensateur de capacité $C = 2.10^{-6}$ F initialement déchargé ;
– un résistor de résistance **R** réglable ;
– un interrupteur **K**.

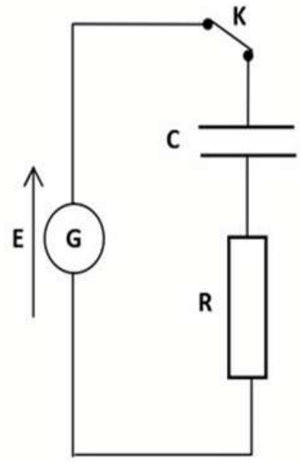


Figure 1

A un instant **t = 0**, pris comme origine des temps, on ferme l'interrupteur **K**.

1) Préciser le phénomène physique qui se produit au niveau du condensateur.

2) a – Montrer que l'équation différentielle régissant les variations de la tension u_C aux bornes du condensateur au cours du temps s'écrit :

$$RC\frac{du_c}{dt} + u_c = E.$$

b – En admettant que la solution de cette équation différentielle est de la forme :

$u_c = A\,(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$, préciser les expressions de **A** et de τ.

3) Un système d'acquisition approprié permet de suivre l'évolution temporelle des tensions u_C, u_G et u_R respectivement aux bornes du condensateur, du générateur et du résistor. Pour une valeur de $R = R_1$, on obtient les courbes $\mathscr{C}_1$, $\mathscr{C}_2$ et $\mathscr{C}_3$ de la **figure 2**.

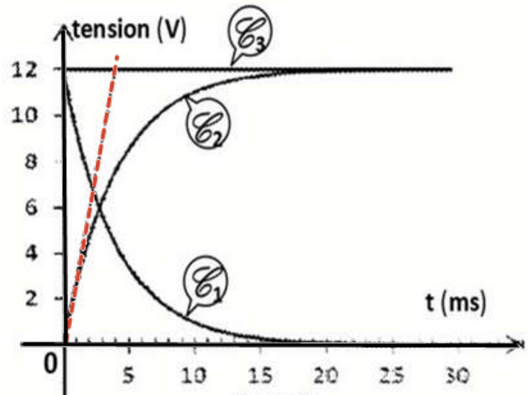


Figure 2

a – En justifiant la réponse, faire correspondre chacune des courbes $\mathscr{C}_1$, $\mathscr{C}_2$ et $\mathscr{C}_3$ à la tension qu'elle représente.

b – En exploitant les courbes de la **figure 2**, déterminer la fem **E** et la constante de temps τ du circuit. En déduire la valeur de R_1.

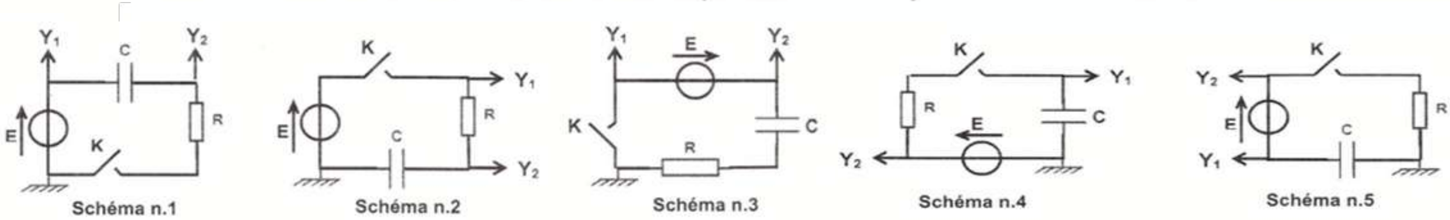
c – Déterminer l'instant t_1 pour lequel la tension $u_C(t)$ est égale à $u_{R1}(t)$.

d – Exprimer u_C en fonction de **E**, t_1 et **t**. En déduire le pourcentage de charge du condensateur aux instants : t_1 et $t_2 = 6{,}6\ t_1$.

- un condensateur de capacité **C = 50 µF**,
- un résistor de résistance **R** inconnue,
- un générateur de **fem** (force électromotrice) **E = 10 V** et de résistance interne négligeable devant **R**,
- un oscilloscope à mémoire,
- un interrupteur **K** et des fils de connexion.

Les **5** schémas de la figure **1** sont choisis parmi ceux proposés par les élèves pour réaliser le circuit de charge du condensateur, avec les connexions indispensables à l'oscilloscope à mémoire afin de visualiser simultanément sur son écran la tension d'alimentation et la tension u_C aux bornes du condensateur.

1. Parmi les **5** schémas de la figure **1**, deux seulement sont donnés avec les connexions convenables aux entrées Y_1 et Y_2 de l'oscilloscope. Les identifier par indication de leur numéro.



2. En fermant l'interrupteur **K** du montage réalisé selon l'un ou l'autre des schémas reconnus valables, on obtient les chronogrammes de la figure **2**.

   a) Sachant que la tension u_C aux bornes du condensateur s'écrit en fonction du temps **t** :

   $u_C = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$, où τ est la constante de temps du dipôle **RC**, déterminer graphiquement la valeur de τ.

   b) En déduire :
   – la valeur de **R**,
   – à **1 %** près, la valeur de la durée θ au bout de laquelle le condensateur devient complètement chargé.

   c) Montrer que si l'on remplace le résistor de résistance **R** par un autre de résistance **R'** de valeur triple de celle de **R**, le condensateur se chargera moins rapidement et, pour acquérir sa charge totale, il lui faudra une durée θ' plus longue que l'on déterminera en fonction de θ.

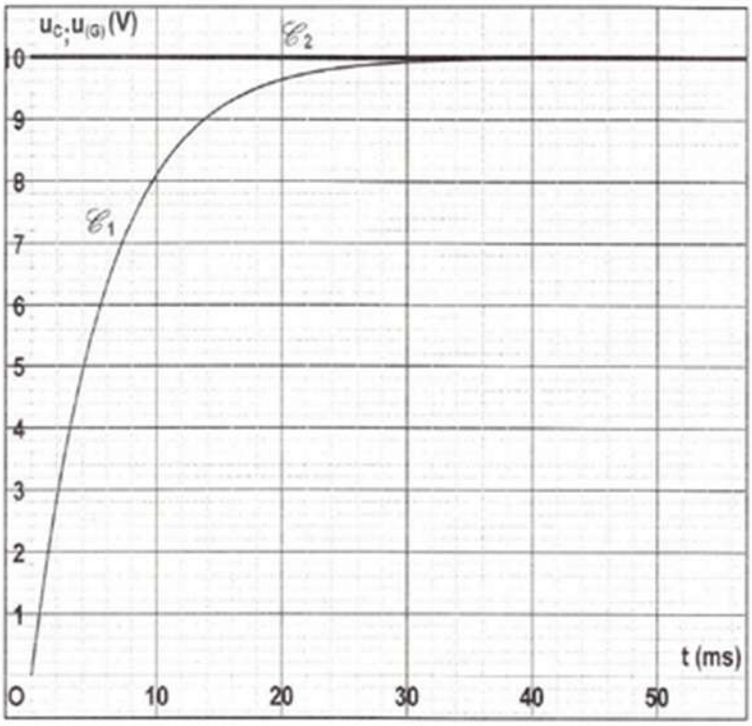


Fig.2

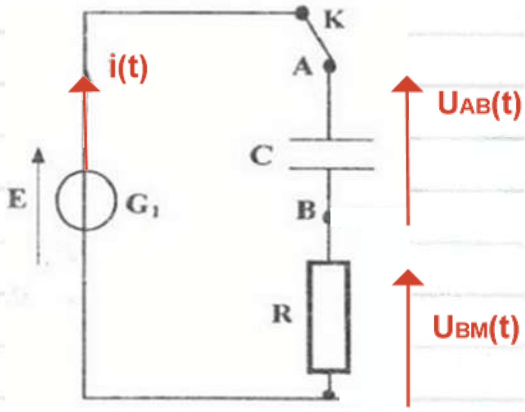
3. a) Identifier, par l'indication de son numéro, le schéma donné dans la figure **1** avec les connexions qui conviennent plutôt à la visualisation de la tension u_R aux bornes du résistor, en plus de la tension d'alimentation.

   b) – Etablir l'expression de u_R en fonction de **t**, τ et **E**.
   – En déduire l'expression de l'intensité **i(t)** du courant de charge.

   c) – Tracer l'allure du chronogramme de **i(t)** tout en y précisant les valeurs que prend l'intensité **i** respectivement à la fermeture de l'interrupteur **K** et lorsque le condensateur devient complètement chargé.
   – En déduire le rôle que joue le condensateur dans le circuit, en régime permanent.

CORRECTION

EXERCICE 1



1) a) Loi des mailles

$$U_{BM}(t) + U_{AB}(t) - E = 0$$

$$U_{BM}(t) + U_{AB}(t) = E$$

$$R\,i(t) + \frac{q(t)}{C} = E$$

$$\left(R\frac{dq(t)}{dt} + \frac{q(t)}{C} = E\right) \times C$$

$$RC\frac{dq(t)}{dt} + q(t) = CE$$

b) $$U_{BM}(t) + U_{AB}(t) = E$$

$$\frac{d}{dt}\left(R\,i(t) + \frac{q(t)}{C} = E\right)$$

$$R\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C}\frac{dq(t)}{dt} = \frac{dE}{dt}$$

$$R\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C}i(t) = 0$$

$$R\frac{d}{dt}\left(\frac{U_R(t)}{R}\right) + \frac{U_R(t)}{RC} = 0$$

$$\frac{dU_R(t)}{dt} + \frac{U_R(t)}{RC} = 0$$

$$\frac{dU_R(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}U_R(t) = 0$$

$U_R = Ri$

$i = \frac{U_R}{R}$

2) $$\frac{dU_R(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}U_R(t) = 0$$

$$\frac{d}{dt}(\beta e^{-\alpha t}) + \frac{1}{\tau}\times\beta e^{-\alpha t} = 0$$

$$-\alpha\beta e^{-\alpha t} + \frac{\beta}{\tau}e^{-\alpha t} = 0$$

$$\left(-\alpha + \frac{1}{\tau}\right)\beta \underbrace{e^{-\alpha t}}_{\neq 0} = 0$$

$$-\alpha + \frac{1}{\tau} = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{\tau}$$

$$U_R(t=0) = \beta e^{0} = \beta = E$$

$$\beta = E$$

3) a) $\tau = 2{,}5 \cdot 10^{-3} s$

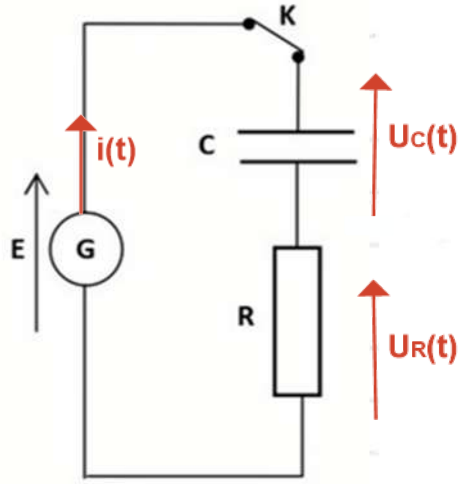
$\tau = RC$

b) $C = \frac{\tau}{R} = \frac{2{,}5 \cdot 10^{-3}}{250} = 10 \cdot 10^{-6} F$

Physique

Physique

EXERCICE 2



1) phénomène de charge.

2) a) $u_C + u_R - E = 0$

$u_C + Ri = E$

$u_C + RC\dfrac{du_C}{dt} = E$

b) $u_C + RC\dfrac{du_C}{dt} = E$

$A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) + RC\dfrac{d}{dt}(A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})) = E$

$A - Ae^{-\frac{t}{\tau}} + \dfrac{RC}{\tau}A\,e^{-\frac{t}{\tau}} = E$

$\underbrace{A}_{cte} + \underbrace{\left(-1 + \dfrac{RC}{\tau}\right)}_{=0} \underbrace{Ae^{-\frac{t}{\tau}}}_{\neq 0} = \underbrace{E}_{cte}$

$-1 + \dfrac{RC}{\tau} = 0$ ➔ $\dfrac{RC}{\tau} = 1$ ➔ $\tau = RC$

$A = E$

3) a)
- $\mathcal{E}_2$ correspond à $U_C(t)$ car croît exponentiellement
- $\mathcal{E}_1$ correspond à $U_R(t)$ car décroît exponentiellement
- $\mathcal{E}_3$ correspond à $U_G(t)$ car il est constante.

b) $E = 12V$

$\tau = 4 \cdot 10^{-3} s$

$\tau = R_1 C$ ➔ $R_1 = \dfrac{\tau}{C} = \dfrac{4 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-6}} = 2 \cdot 10^{3} \Omega$

Physique

c) $u_R(t) = R\,i(t) = RC\,\frac{du_C(t)}{dt} = RC\,\frac{d}{dt}\left(E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})\right)$

$= \frac{RCE}{\tau}\,e^{-\frac{t}{\tau}} = E\,e^{-\frac{t}{\tau}}$

$u_C(t) = u_R(t)$

$E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = E\,e^{-\frac{t}{\tau}}$

$2\,e^{-\frac{t}{\tau}} = 1 \Rightarrow e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{1}{2}$

$\ln e^{-\frac{t}{\tau}} = \ln\left(\frac{1}{2}\right)$

$-\frac{t}{\tau} = \ln\left(\frac{1}{2}\right)$

$t = -\tau \times \ln\left(\frac{1}{2}\right) = -4.10^{-3} \times \ln\left(\frac{1}{2}\right)$

$t = 2{,}77.10^{-3}\,s$

d) $u_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$: $e^{-\frac{t_1}{\tau}} = \frac{1}{2}$

$= E(1 - e^{-\frac{t}{\tau} \times \frac{t_1}{t_1}})$

$= E(1 - e^{-\frac{t_1}{\tau} \times \frac{t}{t_1}})$

$= E(1 - \frac{1}{2}^{\frac{t}{t_1}})$

- Pour $t = t_1$: $u_C(t) = E(1 - \frac{1}{2}^{1}) = 0{,}5E$

le condensateur est chargé 50%

- Pour $t = 6{,}6\,t_1$: $u_C(t) = E(1 - \frac{1}{2}^{6{,}6}) = 0{,}99E$

le condensateur est chargé 99%

Physique

EXERCICE 3

1) schema n 2 et schema n 4

2) a) $U_C(t=\tau) = E(1-e^{-\frac{\tau}{\tau}}) = E(1-e^{-1}) = 0{,}63E$

$U_C(t=\tau) = 0{,}63 \times 10 = 6{,}3V$

graphiquement $\tau = 6.10^{-3}s$

b) $\tau = RC$ ➔ $R = \frac{\tau}{C} = \frac{6.10^{-3}}{50.10^{-6}} = 120\,\Omega$

a 1% pres le condensateur se charge 99%

$U_C(t) = 0{,}99E = E(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$

$e^{-\frac{t}{\tau}} = 1 - 0{,}99 = 0{,}01$

$\ln e^{-\frac{t}{\tau}} = \ln 0{,}01$

$-\frac{t}{\tau} = -4{,}6$ ➔ $t = 4{,}6\tau$

$\theta = t = 4{,}6 \times 6.10^{-3} = 27{,}6.10^{-3}s$

c) $(R' = 3R) \times C$

$R'C = 3RC$

$\tau' = 3\tau$ donc $\tau' > \tau$ d'ou le condensateur se charge moins rapidement

$(\tau' = 3\tau) \times 5 \Rightarrow 5\tau' = 3 \times 5\tau$

$\Rightarrow \theta' = 3 \times \theta$

Physique

3) a) le schéma n°1

b) $U_R(t) = R\,i(t)$

$= R\,C\,\frac{dU_C(t)}{dt}$

$= R\,C\,\frac{d}{dt}\left(E\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)\right)$

$= \frac{RCE}{\tau}\,e^{-\frac{t}{\tau}}$

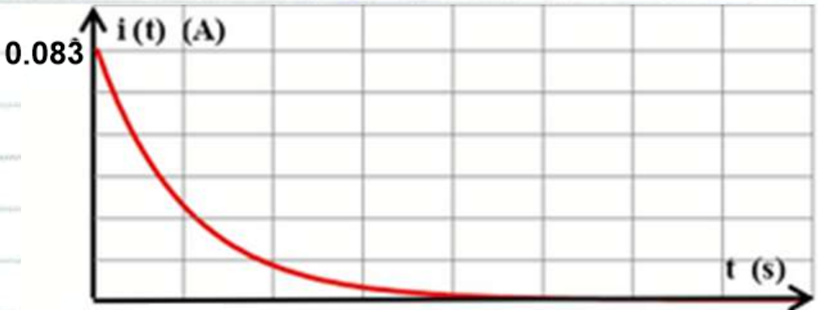
$= \frac{RCE}{RC}\,e^{-\frac{t}{\tau}}$

$= E\,e^{-\frac{t}{\tau}}$

$U_R(t) = R\,i(t) \Rightarrow i(t) = \frac{U_R(t)}{R} = \frac{E}{R}\,e^{-\frac{t}{\tau}}$

c) $i(t=0) = \frac{E}{R}\,e^{0} = \frac{E}{R} = 0{,}083\,A$

$i(t \to +\infty) = \frac{E}{R}\,e^{-\infty} = 0\,A$



En régime permanent le condensateur joue le rôle d'un interrupteur ouvert.